

Άλγεβρα Β' Λυκείου

4^ο Διαγώνισμα 2024-2025
 by infomath-anelisis

ΘΕΜΑ Α

A1 Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 11x + 6$

i) Το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x) : (x-3)$, ισούται με:

A) 1 B) 0 Γ) -1 Δ) 4

Επιλέξτε την σωστή απάντηση, δικαιολογώντας την απάντησή σας.

ii) Το άθροισμα των συντελεστών του πολυωνύμου, ισούται με:

A) 4 B) -6 Γ) 6 Δ) -4

Επιλέξτε την σωστή απάντηση, δικαιολογώντας την.

iii) Το πηλίκο της διαίρεσης $P(x) : (x-3)$, ισούται με:

A) $x^2 - 5x + 4$ B) $2x^2 - 3x + 2$ Γ) $2x^2 + 3x - 2$ Δ) $2x^2 + 7$

Επιλέξτε την σωστή απάντηση, δικαιολογώντας την.

(Μονάδες 10 (3+3+4))

A2 Να εκφράσετε με Σωστό ή Λάθος, τις παρακάτω προτάσεις:

α) Η συνάρτηση $f(x) = a^x$, έχει $A_f = \mathbb{R}$, αν $a > 0$.

β) Η παράσταση $5x^3 + 2x^{-2} + 6x - 3$, είναι πολυώνυμο.

ΜΠΙΛΙΟΥΣΗΣ ΣΠΥΡΟΣ - ΣΤΑΥΡΑΚΟΥΔΗ ΦΩΤΕΙΝΗ

γ) Η εξίσωση $x^3 - 5x^2 + 2x + 3 = 0$, μπορεί να έχει αλγεαία ρίζα κάποιον αριθμό εντός του συνόλου $A = \{-1, 1, -3, 3\}$

δ) Το πολυώνυμο $(x^2 + 1)x^4 - 5x + 2$, είναι 4^{ου} βαθμού $\forall \mathbb{R}$.

ε) Δίνεται το $P(x) = x^3 - x^2 - x + 1$. Η τιμή $P(-1)$ ισούται με 0.
 (Μονάδες 10)

A3 Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 + x^2 - 3x + 1$.

α) Να αποδείξετε ότι το $P(x)$, δεν έχει αλγεαίες ρίζες.
 (Μονάδες 5)

β) Να κάνετε τη διαίρεση $P(x) : (x^2 + x - 1)$ και να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης.
 (Μονάδες 5)

γ) Λύστε την εξίσωση $P(x) = 0$ (Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ Β:

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - x^2 + x - 1$

B1 Να βρείτε πολυώνυμο $Q(x)$, τέτοιο ώστε:

$$(x-1) \cdot Q(x) = P(x) \quad (\text{Μονάδες } 6)$$

B2 Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$ (Μονάδες 3)

B3 Να λύσετε την ανίσωση $P(x) \leq 0$ (Μονάδες 4)

B4 Η συνάρτηση $f(x) = (P(x))^x$ είναι εκθετική;

Ποια είναι η μονοτονία της; Δικαιολογήστε

ΜΠΙΛΙΟΥΣΗΣ ΣΠΥΡΟΣ - ΣΤΑΥΡΑΚΟΥΔΗ ΦΩΤΕΙΝΗ

(Μονάδες 6)

B5/ Δίνεται το πολυώνυμο $B(x) = x^3 - x^2$

Υπολογίστε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{P(x)}{B(x)}$ (Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + x^2 + 2x + 2$

Γ1/ Να φείξε το υπόλοιπο και το πηλίκο, της διαίρεσης $P(x) : (x+1)$.

(Μονάδες 5)

Γ2/ Να γράψετε την ταυτότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης, για την διαίρεση του (Γ1) (Μονάδες 2)

και έπειτα να λύσετε την ανίσωση $P(x) < 0$ (Μονάδες 5)

Γ3/ Να λύσετε τις εξισώσεις:

i) $2^{3x-1} = P(0)$

ii) $P(1)^{4x-2} = 36$

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ Δ:

Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x) = x^4 + x^3 + ax - 4$ και $\delta(x) = x^2 - 3x + 2$.

Το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x) : \delta(x)$, είναι $\nu(x) = 24x - 24$.

Δ1/ Υπολογίστε την τιμή του a . (Μονάδες 6)

Δ2/ για $a=2$:

i) Υπολογίστε το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x) : (x-1)$

(Μονάδες 4)

ΜΠΙΛΙΟΥΣΗΣ ΣΠΥΡΟΣ - ΣΤΑΥΡΑΚΟΥΔΗ ΦΩΤΕΙΝΗ

ii) Βρείτε διαστήματα των x , ώστε η γραφική παράσταση της συνάρτησης $P(x)$ να βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$.
(Μονάδες 6)

iii) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης

$$f(x) = \frac{P(x)}{\ln(x-1)}$$

(Μονάδες 4)

Καλή Επιτυχία !!!

ΜΠΙΛΙΟΥΣΗΣ ΣΠΥΡΟΣ - ΣΤΑΥΡΑΚΟΥΔΗ ΦΩΤΕΙΝΗ