

Άλγεβρα Β' Λυκείου

5^ο Διαγωνισμός
2024-25
by infomath anelixis

Θέμα Α:

A1 Για $0 < a \neq 1$, $\theta_1 > 0$, $\theta_2 > 0$, να αποδείξετε ότι:
 $\log_a \theta_1 + \log_a \theta_2 = \log_a (\theta_1 \cdot \theta_2)$ (Μονάδες 7)

A2 Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(x+1)$

- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f . (Μονάδες 3)
β) Εξετάστε αν η f διέρχεται από την αρχή των αξόνων
(Μονάδες 4)
γ) Λύστε την εξίσωση $f(x) = 2$ (Μονάδες 6)

A3 Να εκφράσετε με Σ ή Π

- α) Η $f(x) = a^x$ έχει πεδίο ορισμού το $A_f = (0,1) \cup (1,+\infty)$
β) Η τιμή $\log_5 \frac{1}{3}$, είναι αρνητική.
γ) Λόγχει ότι $\log 100 = 2$.



- δ) Λοχύει ότι $\log_a(\theta_1 - \theta_2) = \frac{\log_a \theta_1}{\log_a \theta_2}$, με $a \neq 1$ και $\theta_1, \theta_2 > 0$
- ε) Η εξίσωση $3^{x^2-5x+6} = 1$, έχει ρίζες τους αριθμούς 2 και 3.
(Μονάδες 10)

A4 Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \log x$, $x > 0$

- α) Υπολογίστε τους αριθμούς $f(100)$, $f(\sqrt{10})$
(Μονάδες 6)
- β) Να λύσετε την εξίσωση: $f(x+1) + f(x-1) = \log 10 - \log 5$
(Μονάδες 9)

Θέμα Β:

B1 Δίνεται η παράσταση $A = \log_4 3 + \log_4 a - \log_4 b$ με $a, b > 0$.

- α) Να αποδείξετε ότι $A = \log_4 \frac{3a}{b}$ (Μονάδες 5)
- β) Αν λοχύει ότι $3a = 16b$, να υπολογίσετε την παράσταση A .
(Μονάδες 5)
- γ) Λύστε την εξίσωση $A^{4x-1} = 32$, για την τιμή του A , που βρήκατε στο ερώτημα β
(Μονάδες 5)

B2 Αν $a = \log 100 + \log 5 + \log 2 - \log 1$,

α) Να δείξετε ότι $a = 3$ (Μονάδες 4)

β) Να λύσετε την εξίσωση $9 \cdot 2^x = 4 \cdot a^x$ (Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ Γ :

Δίνονται οι συναρτήσεις

$$f(x) = \log \frac{4^x - 1}{2^x + 5}$$

και

$$g(x) = \ln(e^x - 2)$$

Γ1 Να συγκρίνετε την τιμή $f(3)$, με το 0. (Μονάδες 5)

Γ2 Να βρείτε τα πεδία ορισμού A_f και A_g (Μονάδες 8)

Γ3 Λύστε την εξίσωση $f(x) = \log 3 - \log 7$ (Μονάδες 8)

Γ4 Λύστε την εξίσωση $g(x) + x = 3 \ln 2$ (Μονάδες 9)