

Διαγωνισμός Α' Λυκείου

2^{ος} ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ
by infomath anelixis

ΘΕΜΑ Α :

A1 Να αποδείξετε ότι $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$
για κάθε $a, b \in \mathbb{R}$ (Μονάδες 6)

A2 Να εκφράσετε με $\leq$ ή $\geq$ ή $=$:

α) Η εξίσωση $|x-1|=5$ έχει 2 λύσεις.

β) Λόγεται ότι $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$, για κάθε $a, b \in \mathbb{R}$

γ) Η ρίζα $\sqrt{x^2+5}$, ορίζεται για κάθε $x \in \mathbb{R}$

δ) Λόγεται ότι $\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$, για κάθε $a \in \mathbb{R}$

ε) Η εξίσωση $|4x+7|=-2$ είναι αδύνατη
(Μονάδες 10)

A3 Δίνεται η παράσταση

$$A = x \cdot (y-3) + 4 \cdot (x-2) + y \cdot (x-5) + 7 \cdot y$$

α) Υπολογίστε την παράσταση A, για $x=-1$ και $y=2$

β) για το A που υπολογίσατε, να λύσετε την εξίσωση
 $|x-A| \leq 3$
(τις λύσεις να τις γράψετε ως διαστήματα) (Μονάδες 9)



ΘΕΜΑ Β: Τ.Θ.Δ.Δ 35043

Δίνεται η ανίσωση $|x-2| < 3$

B1 Να λύσετε την ανίσωση (Μονάδες 7)

B2 Αν $-1 < x < 5$, να απλοποιήσετε την παράσταση

$$K = \frac{|x+1| + |x-5|}{3} \quad (\text{Μονάδες 8})$$

extra B3 Να απλοποιήσετε την παράσταση:

$$A = |x-7| + |2x+2| - |5-x| \quad (\text{Μονάδες 10})$$

ΘΕΜΑ Γ:

Γ1 Να αποδείξετε ότι για κάθε αριθμό a, b ισχύει:

$$(a+3b)^2 + (5a-b)(5a+b) + (b+3a)^2 \geq 2a(5a-9b) \quad (\text{Μονάδες 6})$$

Γ2 Να λύσετε την ανίσωση $\sqrt{x^2 + 14x + 49} > 3$ (Μονάδες 5)

Γ3 Έστω πραγματικοί αριθμοί x και πραγματικοί αριθμοί y , για τους οποίους ισχύει

- $|x-3| < 1$
- $|y-2| < 1$

α) Να δείξετε ότι $x \in (2, 4)$ και $y \in (1, 3)$ (Μονάδες 5)

β) για $x \in (2, 4)$ και $y \in (1, 3)$, βρείτε μεταξύ ποιων τιμών κυμαίνεται η ποσότητα $2x + 3y - 4 \cdot A$

όπου $A = \sqrt{\sqrt{2}-1}^{2025} \cdot \sqrt{\sqrt{2}+1}^{2025}$ (Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ Δ: ΤΘΔΔ (Εμπλουτισμός και επικοινωνία θεμάτων)

Δίνεται η παράσταση

$$A = \sqrt{x-4} + \sqrt{6-x}$$

και

$$B = \sqrt[5]{(x-2)^5}$$

Δ1 Για $x=5$, να δείξετε ότι $A^2 + A - 6 = 0$ και $B^2 + 6B - B^3 = 0$ (Μονάδες 6)

Δ2 Για $x > 2$, απλοποιήστε την παράσταση

$$B + \sqrt{(5-\sqrt{2})^2} + \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} - x$$

(Μονάδες 7)

Δ3 Υπολογίστε x, y, z, w ώστε

$$\sqrt{x^2-6x+9} + \sqrt[6]{(y-2)^6} + (z-4)^2 + |w-1| = 0$$

(Μονάδες 8)

Δ4 Υπολογίστε την παράσταση $\sqrt{50} + \sqrt{18} - \sqrt{36} + \sqrt{128}$ (Μονάδες 4)