

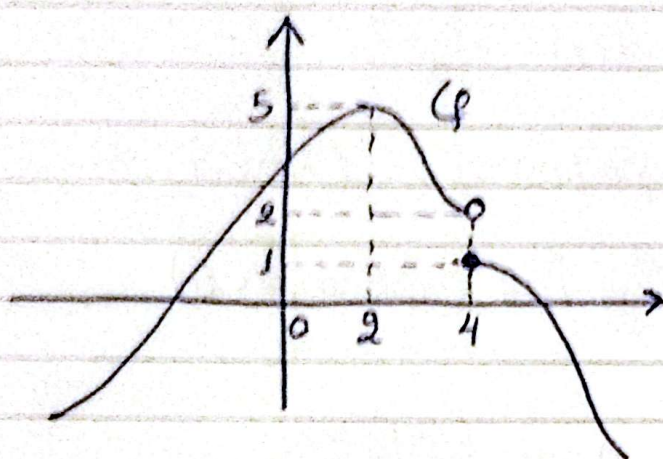
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΕΠΑΛ

1^η Διαγωνισία 2025-2026

ΘΕΜΑ Α:

Α1) Πότε μια συνάρτηση με πεδίο ορισμού A_f , ονομάζεται συνεχής στο σημείο x_0 , με $x_0 \in A_f$;
(Μονάδες 6)

Α2)



α) Να βρείτε το A_f (Μον 2)

β) Να γράψετε τα διαστήματα μονotonίας της f . (Μον 4)

γ) Να γράψετε το είδος, τη θέση και την τιμή, του ολικού ακροβάτου της f . (Μον 3)

δ) Υπολογίστε τα όρια $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$.

Υπάρχει το όριο στο $x_0 = 4$; Δικαιολογήστε! (Μονάδες 5)

Α3) Εκφράστε με Σ ή Π :

α) Η συνάρτηση $f(x) = 5x - 1 + \sqrt{x+1}$, έχει $A_f = (-1, +\infty)$

β) Αν f, g 2 συναρτήσεις με $A_f = A_g = A$, τότε και η συνάρτηση $\frac{f}{g}$ θα έχει σίγουρα πεδίο ορισμού το A .

γ) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lambda$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = |\lambda|$, με $\lambda \in \mathbb{R}$

δ) Αν f, g συνεχείς στο x_0 , τότε και η $f \cdot g$ συνεχής στο x_0 , εφόσον ορίζεται σε αυτό.

ε) Έστω συνάρτηση f . Αν $\forall x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$, ισχύει ότι $f(x_1) > f(x_2)$, τότε η f είναι γν.αύφουσα στο Δ .

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ Β

Β1) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού A_f . (Μονάδες 3)

β) Υπολογίστε το όριο $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ (Μονάδες 6)

Β2) Δίνεται η συνάρτηση $g(x) = \frac{(x-1)(x-2)}{x^2 - 1}$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού A_g . (Μονάδες 4)

β) Να απλοποιήσετε τον τύπο της $g(x)$, σε $g(x) = \frac{x-2}{x+1}$ (Μονάδες 5)

γ) Υπολογίστε το $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$. (Μονάδες 3)

δ) Λύστε την εξίσωση $g(x) = 3$. (Μονάδες 4)

ΘΕΜΑ Γ

Υπολογίστε τα όρια

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+5}{x^2-6} \quad \beta) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-1}{x^2-1} \quad \gamma) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-x^2+x+6}{x^2-4}$$

$$\delta) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3\sqrt{x}-3}{1-x}$$

$$\epsilon) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-\sqrt{2+x}}{x^2-5x+6}$$

(Μονάδες 20)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} x+2, & x \leq 1 \\ -x^2+4, & x > 1 \end{cases}$$

Δ1 Υπολογίστε την τιμή $f(1)$. (Μονάδες 3)Δ2 Υπολογίστε το όριο $\lim_{x \rightarrow -5} f(x)$. (Μονάδες 4)Δ3 Να αποδείξετε ότι $\sqrt{f(0)+9+f(1)+f(3)} = 3$
(Μονάδες 5)Δ4 Εξετάστε αν η f είναι συνεχής στο $x_0=1$.
(Μονάδες 7)Δ5 $\forall x \in (1, +\infty)$, λύστε την εξίσωση $f(x) = -5$.
(Μονάδες 6).

Καλή Επιτυχία!!!