

Μαθηματικά Γ' ΕΠΑΛ

2^ο Διαγώνισμα
2025-2026
by infomath anelaxis

ΘΕΜΑ Α:

A1 Έστω η συνάρτηση $f(x) = x^2$, $x \in \mathbb{R}$.
Να αποδείξετε ότι $\forall x \in \mathbb{R}$, ισχύει
 $f'(x) = 2x$ δηλαδή $(x^2)' = 2x$ (Μονάδες 7)

A2 Πότε μια συνάρτηση ονομάζεται παραγωγίσιμη στο σημείο $x_0 \in \mathbb{R}$; (Μονάδες 5)

A3 Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σ ή Λ:

- Ισχύει ότι $(\sin x)' = \cos x$
- Ισχύει ότι $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g'(x)$
- Η εφαπτομένη της C_f στο σημείο $M(x_0, f(x_0))$, έχει συντελεστή διεύθυνσης λ , ίσο με $f'(x_0)$.
- Ισχύει ότι $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(3+h) - f'(3)}{h} = f''(3)$.
- Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lambda$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f^2(x) = \lambda^2$ (Μονάδες 10)

A4 | Να συμπληρώσετε τα κενά:

α) $(\sqrt{x})' = \text{-----}$

β) $(\sin x)' = \text{-----}$

γ) $(\exp x)' = \text{-----}$

(Μονάδες 3)

ΘΕΜΑ Β:

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = x^2 - 5x + 6$$

B1 | Να βρείτε το πεδίο ορισμού Αφ. Να βρείτε σημεία τομής της Cf με τους άξονες x'x και y'y. (Μονάδες 4)

B2 | Να βρείτε τα παραγώγια $f'(x)$ και $f''(x)$. (Μονάδες 5)

B3 | Να αποδείξετε ότι $2 \cdot f'(x) + 3f''(x) = 4(x-1)$ (Μονάδες 5)

B4 | Υπολογίστε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2f'(x) + 3f''(x)}{x^3 - 1}$ (Μονάδες 6)

B5 | Υπολογίστε το όριο $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - 2}{h}$ (Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ Γ:

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - x + 1$, $x \in \mathbb{R}$

Γ1 | Να βρείτε την $f'(x)$ και έπειτα την εφαπτομένη της φ στο σημείο $A(2, f(2))$ (Μονάδες 8)

Γ2 | Να βρείτε τα σημεία τομής της εφαπτομένης του ερωτήματος (Γ1), με τους άξονες $x'x$ και $y'y$. (Μονάδες 4)

Γ3 | Υπολογίστε το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζει η εφαπτομένη αυτή, με τους άξονες. (Μονάδες 5)

Γ4 | Έστω η συνάρτηση $g(x) = \sqrt{f(x)}$

i) Βρείτε την $g'(x)$

ii) Υπολογίστε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x) - 1}{x - 1}$

(Μονάδες 8)
(4+4)

ΘΕΜΑ Δ:

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 - 6x^2 + ax - 7$, $a \in \mathbb{R}$
και ισχύει ότι $2f''(x) + f'(x) + 15 - 3x^2 = 0$

Δ1 | Να υπολογίσετε τον αριθμό a . (Μονάδες 7)

Για $a = 9$:

Δ2 | Υπολογίστε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x^2 - 1}$ (Μονάδες 6)

Δ3 | Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της C_f , η οποία είναι παράλληλη στην ευθεία $y = -3x + 2025$.
(Μονάδες 8)

Δ4 | Υπολογίστε την παράγωγο της συνάρτησης $g(x) = \frac{x^3}{\ln x}$
(Μονάδες 4)

Καλή Επιτυχία !!!