

Άλγεβρα Α' Λυκείου

3^ο Διαγώνισμα

2025-2026

by infomathanelaxis

ΘΕΜΑ Α

A1 Έστω η εξίσωση $ax^2+bx+c=0$, $a \neq 0$ με $\Delta \geq 0$.

Να αποδείξετε ότι για το άθροισμα $S=x_1+x_2$ και το γινόμενο $P=x_1 \cdot x_2$, των ριζών της, ισχύει

i) $S = -\frac{b}{a}$ (Μονάδες 3)

ii) $P = \frac{c}{a}$ (Μονάδες 5)

A2 Λύστε την εξίσωση:

a) $3(2-x) + 5(1-3x) = x + 7(x-2)$

b) $x^2 + 5x + 6 = 0$

γ) $|x-3|=4$ (Μονάδες 9)

A3 Εκφράστε με Σ ή Π :

a) Αν ορίζεται η $\sqrt{a-b}$, τότε η $\sqrt{b-a}$, δεν έχει νόημα με $a \neq b$.

β) Η εξίσωση $ax=a$, γίνεται να είναι αδύνατη.

γ) Αν η εξίσωση $ax^2+bx+c=0$, με a, c ετερόσημα, τότε γίνεται να είναι αδύνατη.

δ) Η εξίσωση $|x+7|=-5$, είναι αδύνατη.

ε) Η εξίσωση $x^2-(\lambda-1)\cdot x+6=0$, έχει $\Delta=\lambda^2-2\lambda-23$
(Το ε) με αιτιολόγηση).

(Μονάδες 10)

Α4 Δίνεται η εξίσωση 1^{ου} βαθμού

$$\lambda x = \lambda^2 + x - 1$$

α) Να την φέρετε στη μορφή $A \cdot x = B$ και να παραγοντοποιήσετε τα A και B αν παραγοντοποιούνται. (Μονάδες 6)

β) Να λύσετε την εξίσωση για $\lambda=4$. (Μονάδες 3)

γ) Έστω p η ρίζα της εξίσωσης που βρήκατε στο ερώτημα (β). Να λύσετε την εξίσωση (κλασματική).

$$\frac{y+1}{y-3} - \frac{y-1}{y+3} = \frac{2py}{y^2-9}$$

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ Β

Λύστε τις εξισώσεις:

α) $|2x-1|=3$

β) $|x-5|=|3x-7|$

γ) $|3x-2| = \sqrt{4x^2-4x+1}$

ε) $\frac{|x|+1}{2} + \frac{2|x|+1}{3} = \frac{5-\sqrt{x^2}}{2}$

δ) $\sqrt{x^2-4x+4} = 2x-3$

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ ΓΓ1

α) Βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων

$$2 - 3(1-x) \geq 2 \quad \text{και} \quad 3x - 2 < 2(x+1) \quad (\text{Μονάδες } 5)$$

β) Βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων

$$|x - \frac{1}{2}| < 4 \quad \text{και} \quad |x+5| \geq 3 \quad (\text{Μονάδες } 5)$$

Γ2 Δίνεται η εξίσωση $x^2 + 4x + 2$ α) Να δείξετε ότι έχει 2 άνισες ρίζες (Μην τις υπολογίσετε).
(Μονάδες 3)β) $S = ;$ $P = ;$ με x_1, x_2 τις ρίζες της εξίσωσης (Μονάδες 2)

γ) Υπολογίστε τις παραστάσεις:

$$i) A = x_1^2 + x_2^2 \quad ii) B = x_1^3 + x_2^3 \quad iii) \Gamma = x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2$$

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ Δ:Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 4x + 2 - \lambda^2 = 0, \lambda \in \mathbb{R}$ Δ1 Να δείξετε ότι η εξίσωση έχει 2 άνισες πραγματικές ρίζες, $\forall \lambda \in \mathbb{R}$.
(Μονάδες 4)Δ2 Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης να βρείτε τα S και P .
(Μον 2)Δ3 Υπολογίστε την παράσταση $\sqrt{S} + \sqrt{(\sqrt{S}-3)^2} + \sqrt{S+4} \cdot \sqrt{S+12}$
(Μονάδες 4)Δ4 Λύστε την εξίσωση $P - \sqrt{4 \cdot S} + 20 = 0$ (Μονάδες 5)