

Άλγεβρα Β' Λυκείου

4<sup>ο</sup> Διαγώνισμα  
2025-2026  
by infomath anelixis

Θέμα Α :

A1 | Αν  $a \in (0, 1) \cup (1, +\infty)$  και  $\theta > 0$   
με  $k \in \mathbb{R}$ , τότε να αποδείξετε ότι:

$$\log_a \theta^k = k \cdot \log_a \theta \quad (\text{Μονάδες } 6)$$

A2 | Εκφράστε με  $\frac{1}{2}$  ή  $\frac{1}{3}$ :

- Ο αριθμός  $\log_{\frac{1}{3}} 5$ , είναι αρνητικός.
- Η συνάρτηση  $f(x) = \log_2 x^2$ , έχει  $A_f = (0, +\infty)$
- Η συνάρτηση  $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$  είναι γνησίως αύξουσα.
- Η συνάρτηση  $f(x) = e^{-2} \cdot x + 3$  είναι γνησίως φθίνουσα στο  $\mathbb{R}$ .
- Λοχύει ότι για  $a > 1$  και  $x > 1$ ,  $\log_a x > 0$ .

(Μονάδες 10)

A3 Συμπληρώστε τα κενά :

i)  $\log_5 5 = \dots$

iv)  $e^{\ln 5} = \dots$

ii)  $\log_5 25 = \dots$

v)  $\log_{10} 10^5 = \dots$

iii)  $\log_7 1 = \dots$

(Μονάδες 5)

A4 Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης

$$f(x) = \ln\left(\frac{x-2}{x+1}\right) \quad (\text{Μον } 3)$$

και επείτα ν.δ.ο δεν τέμνει η C<sub>f</sub> ποτέ, τον άξονα x'x.  
(Μονάδα 1)

Θέμα Β:

B1 Δίνονται οι αριθμοί  $a = \log 20$  και  $b = \log 50$ . Να αποδείξετε ότι :

a)  $b+a = 3$

(Μονάδες 4)

b)  $10^b - 10^a = 10 \cdot (b+a)$

(Μονάδες 4)

γ) να δικαιολογήσετε γιατί ισχύει ότι  $\ln(b+a) > 1$  (Μονάδες 2)

B<sub>2</sub> Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \left(\frac{k-2}{k+1}\right)^x$

α) Να βρείτε τις τιμές του  $k \in \mathbb{R}$ , για τις οποίες η συνάρτηση  $f$  είναι εκθετική. (Μονάδες 7)

β) Για ποίες τιμές του  $k \in \mathbb{R}$ , η συνάρτηση  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα; (Μονάδες 7)

γ) Να αποδείξετε ότι δεν υπάρχουν τιμές του πραγματικού αριθμού  $k$  για τις οποίες η συνάρτηση  $f$  είναι σταθερή.  
HELP  $\rightarrow$  (δηλ  $f(x) = 1^x$ )  
 (Μονάδες 6)

Θέμα Γ

Γ<sub>1</sub> Να λύσετε τις εξισώσεις :

i)  $3^{x^2-5} = 91$

iv)  $\log(5x-6) = 1$

ii)  $7^{x^4-15x^2+36} = 1$

v)  $\log(2x-1) + 2\log 2 = \log(5-x)$

iii)  $e^{x+1} = 3$

vi)  $\log(x^2+1) = 1 + \log 3 - \log 6$

(Μονάδες 12)

Γ<sub>2</sub> Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = (\lambda-1)^x$  η οποία είναι εκθετική.

α) Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$ . (Μονάδες 3)

Στα παρακάτω ερωτήματα, θεωρήστε  $\lambda = 3$ .

Δίνεται η συνάρτηση  $g(x) = \ln(f(x) \cdot x) + \frac{1}{2} \ln x - \ln x^{f(x)}$

β) Βρείτε το πεδίο ορισμού  $A_g$ . (Μονάδες 4)

γ) Λύστε την εξίσωση  $g(x) = 0$ . (Μονάδες 6)

δ) Λύστε την ανίσωση  $f(x^2) > f(2x-1)$ . (Μονάδες 5)

Θέμα Δ :

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της  $f$  και έπειτα να δείξετε ότι η  $C_f$  έχει κέντρο συμμετρίας το  $O(0,0)$ . (Μονάδες 5)

β) Να εξηγήσετε αν υπάρχει το όριο  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ . (Μονάδες 4)

γ) Με βάση την συμμετρία της  $C_f$ , υπολογίστε τις παραστάσεις

i)  $f(\ln 2) + f(\ln \frac{1}{2})$

ii)  $f(\ln \theta) + f(\ln(\ln \theta))$

(Μονάδες 6)