

Μαθηματικά Γ' ΕΠΑΛ

3^ο Διαγώνισμα
2025-2026
by infomath anelixis

ΘΕΜΑ Α :

A1 Να διατυπώσετε το κριτήριο της πρώτης παραγώγου για την μονοτονία. (Μονάδες 6)

A2 Να αποδείξετε ότι για την παράγωγο της συνάρτησης $f(x) = x^2$, $x \in \mathbb{R}$ ισχύει ότι $f'(x) = 2x$
δηλ $(x^2)' = 2x$

A3 Συμπληρώστε με Σ ή Λ: (Μονάδες 6)

α) Ένα τοπικό μέγιστο είναι κατ'ανάγκη μεγαλύτερο από ένα τοπικό ελάχιστο

β) Ισχύει ότι $(\sqrt{3})' = \frac{1}{2\sqrt{3}}$

γ) Αν f παραγωγίσιμη στο x_0 και $f'(x_0) = 0$, τότε η f παρουσιάζει κατ'ανάγκη ακρότατο στο x_0 .

δ) Κάθε παραγωγίσιμη συνάρτηση στο $x_0 \in \mathbb{A}$, είναι και συνεχής στο x_0

ε) Ο ρυθμός μεταβολής της $f(x) = x^3 - 6x$, για $x = -1$, ισούται με 9. (Μονάδες 10)

A4 | Να βρείτε τις παραγώγους των συναρτήσεων

a) $f(x) = x^4 - \frac{5}{3}x^3 - 4x + 6$

b) $f(x) = \sqrt{2} \cdot \eta\mu x$

γ) $f(x) = \frac{x}{\sin x}$

(Μονάδες 3)

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = \frac{x}{x^2 - x + 1}$$

B1 | Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f (Μονάδες 4)

B2 | Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ (Μονάδες 5)

B3 | Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα της. (Μονάδες 9)

B4 | Να υπολογίσετε το όριο

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$$

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -2x^3 + 6x^2 + \alpha$, $x \in \mathbb{R}$ και α σταθερός πραγματικός αριθμός.

Γ1. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.

Μονάδες 6

Γ2. Να βρείτε το είδος και την τιμή των ακροτάτων της f ως συνάρτηση του α (μον. 4) και στη συνέχεια να υπολογίσετε την τιμή του πραγματικού αριθμού α , αν το ημίθροισμα των τιμών των ακροτάτων της f είναι -8 . (μον. 4)

Μονάδες 8

Γ3. Για $\alpha = -12$, να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης (ϵ) της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο $M(1, f(1))$.

Μονάδες 6

Γ4. Για $\alpha = -12$, να δείξετε ότι $x^3 - 3x^2 + 4 \geq 0$ για κάθε $x \in [2, +\infty)$.

Μονάδες 5

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Δ :

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x)=\alpha x^3+(\alpha+1)x^2$ και $g(x)=x^2+1$

Αν ισχύει ότι $f'(1)=27$, τότε:

Δ.1] Να αποδείξετε ότι $\alpha=5$ (Μονάδες 6)

για $\alpha=5$:

Δ.2] Να βρείτε την παράγωγο $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)'$ (Μονάδες 6)

Δ.3] Υπολογίστε το όριο:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{f'(x)}{g'(x)} \right) \quad \text{(Μονάδες 6)}$$

Δ.4] Βρείτε την εφαπτομένη της c_f στο σημείο $A(1, f(1))$.

(Μονάδες 7)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!