

Προσομοίωση Πανελλαδικών Εξετάσεων

03/05/2026

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ο.Π ΘΕΤΙΚΩΝ
ΣΠΟΥΔΩΝ & ΣΠΟΥΔΩΝ
ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ - ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

by "infomath anelixis", ΚΑΡΔΙΤΣΑ

ΘΕΜΑ Α :

A1 | Να διατυπώσετε το θεώρημα Rolle και να δώσετε την γεωμετρική του ερμηνεία. (Μονάδες 4)

A2 | Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln|x|$, $x \in \mathbb{R}^*$. Να αποδείξετε ότι $\forall x \in \mathbb{R}^*$ ισχύει ότι $f'(x) = \frac{1}{x}$. (Μονάδες 6)

A3 | α) Να δώσετε τον ορισμό της συνέχειας μιας συνάρτησης f , σε κλειστό διάστημα $\Delta = [a, b]$ (Μονάδες 2)
β) Έστω συνάρτηση f ορισμένη στο διάστημα Δ .
Πότε η f είναι σταθερή, σε όλο το διάστημα Δ . (Μονάδες 3)

Τέλος 1^{ης} Σελίδας

Αρχή 2^{ης} σελίδας

A4 | Να εκφράσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό (Σ)
ή Λάθος (Λ):

α) Για κάθε συνάρτηση f που είναι γνησίως μονότονη, λοχύει ότι η εξίσωση $f(x)=0$, έχει πάντα μοναδική λύση.

β) Η στιγμιαία επιτάχυνση ενός κινητού, τη χρονική στιγμή t_0 , είναι η πρώτη παράγωγος, της συνάρτησης θέσης $x=S(t)$ τη χρονική στιγμή t_0 δηλαδή, είναι $a(t_0)=S'(t_0)$

γ) Αν είναι $0 < a < 1$, τότε $\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = +\infty$

δ) Αν μία συνάρτηση f είναι συνεχής και γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $\Delta=(a, b)$, τότε το σύνολο τιμών της f στο Δ , είναι $f(\Delta) = (\lim_{x \rightarrow b^-} f(x), \lim_{x \rightarrow a^+} f(x))$

ε) Αν $\int_a^b f(x) dx > 0$, $\forall x \in [a, b]$ τότε λοχύει $f(x) > 0$
 $\forall x \in [a, b]$. (Μονάδες 10)

Τέλος 2^{ης} σελίδας



Αρχη 3^{ης} σελίδας

ΘΕΜΑ Β: (lisari team)

Δίνονται, η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x-1}$ η οποία παρουσιάζει ακρότατο στη θέση $x_0 = -1$

και η ευθεία (ε): $y = \lambda \cdot x$ η οποία είναι πλάγια ασύμπτωτη της γραφικής παράστασης της f , στο $+\infty$.

B1 | Να βρείτε τα a , b και λ (Μονάδες 7)

B2 | για $a = -1$ και $b = 4$, να μελετήσετε την f ως προς τη μονotonία, τα ακρότατα, την κυρτότητα και τα σημεία καμπής. (Μονάδες 7)

B3 | Να βρείτε τις ασύμπτωτες της C_f (Μονάδες 4)

B4 | i) Να χαράξετε την C_f (Μονάδες 2)

ii) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περιλείπεται από την C_f , τη πλάγια ασύμπτωτη της f στο $+\infty$ και οι κάθετες ευθείες $x=3$ και $x=5$. (Μονάδες 5)

Τέλος 3^{ης} σελίδας





Αρχή 4^{ης} σελίδας

ΘΕΜΑ Γ (Γαλβανικής Βασίλης)

Έστω συνάρτηση f παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} , τέτοια ώστε να ισχύει:

$$f'(x) = f(x) + 1 - x$$

για κάθε $x \in \mathbb{R}$

$$\text{και } f(0) = 1$$

Γ1 | Να αποδείξετε ότι ο τύπος της f είναι, $f(x) = e^x + x$
(Μονάδες 6) $x \in \mathbb{R}$

Γ2 | Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη της C_f που διέρχεται από την αρχή $O(0,0)$, είναι η ευθεία $(\epsilon): y = (e+1) \cdot x$
(Μονάδες 6)

Γ3 | Να λύσετε την εξίσωση $\ln x = e^{x-1} - 1$ (Μονάδες 5)

Γ4 | Ο ροθμός μεταβολής της ταχύτητας, ενός σημείου $M(x(t), y(t))$ που κινείται στην C_f , δίνεται με 2 km/sec και τη χρονική στιγμή $t=0$, το M βρίσκεται στο σημείο $K(0,1)$.

Τέλος 4^{ης} σελίδας



Αρχή 5^{ης} Σελίδας

Έστω t_0 , η χρονική στιγμή κατά την οποία η εφαπτομένη στο M , είναι η (ϵ) του ερωτήματος (Γ2).

Να αποδείξετε ότι :

- i) $t_0 = 0,5 \text{ sec}$ (Μονάδες 3)
- ii) ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας του M δίνεται με $2e+2 \text{ km/sec}$ (Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ Δ : (Ανδρέας Παζονής - Παύλος Τρύφων)

Δίνεται συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο

$$f(x) = x^6 - k \cdot x + 2, \quad k \in \mathbb{R}$$

για την οποία ισχύει :

- δεν ικανοποιούνται όλες οι προϋποθέσεις του θ. Bolzano στο διάστημα $[0, 1]$
- υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|f(x)| - (k-2) \cdot x^6}{x^5}$ και δεν είναι ίσο με $-\infty$.

Τέλος 5^{ης} Σελίδας



Αρχή 6^{ης} Σελίδας

Δ1 | Να αποδείξετε ότι $k=3$ (Μονάδες 7)

Δ2 | Για $k=3$, να αποδείξετε ότι η f' αντιστρέφεται.
(Μονάδες 3)

Δ3 | Υπολογίστε το ολοκλήρωμα:

$$\int_2^e \frac{\sqrt{36 \cdot x^5} - \sqrt[3]{27}}{x^6 - \ln e^3 \cdot x + \log 100} dx \quad (\text{Μονάδες 5})$$

Δ4 | Να αποδείξετε ότι για $k=3$, η συνάρτηση
 $h(x) = f(x) - 3x + 3$, $x > 0$ παρουσιάζει ολικό ελάχιστο,
στο $x_0 = 1$.

(Μονάδες 6)

Δ5 | Αν $\alpha, \beta, \gamma > 0$ να αποδείξετε ότι

$$\alpha^6 + \beta^6 + \gamma^6 + 15 \geq 6(\alpha + \beta + \gamma)$$

(Μονάδες 4)

Τέλος Θεμάτων

Καλή σας Επιτυχία !!!

Τέλος 6^{ης} Σελίδας